Задание № 20 Предел функции

*Задание может быть выполнено либо в формате документа Word, либо в виде фотографии выполненного на бумаге решения.*

**Элементарные методы раскрытия неопределенностей**

**М16.1.1 Пример 1.**Вычислить пределы: а) ; б) ;

*Решение.* а) Поделим числитель и знаменатель на : ;

б) аналогично предыдущему поделим числитель и знаменатель на : .

**М16.1.2 Определение.** *Многочленом (полиномом) степени*  называется функция , где , .

**М16.1.3 Определение.** Число  называется *корнем многочлена* , если .

**М16.1.4 Теорема Безу (о делении многочлена без остатка)** Если число  является корнем многочлена , то этот многочлен делится без остатка на многочлен .

**М16.1.5 Пример 2.** Вычислить пределы: а) ; б) ;

*Решение.* а) Подстановка числа  в функцию  приводит к неопределенности вида . Это, в частности, означает, что число  является корнем каждого из многочленов  и . Разложив эти многочлены на множители (второй корень элементарно определяется по теореме Виета), получим 

б) Подстановка числа  в функцию  также приводит к неопределенности вида . Это снова означает, что число  является корнем как числителя, так и знаменателя. По теореме Безу и числитель и знаменатель делятся на . Поделив числитель и знаменатель на  («уголком» или по схеме Горнера), получим .

**М16.1.6 Пример.** Вычислить пределы: а) ; б) ;

*Решение.* а) Подстановка числа  под знак предела приводит к неопределенности вида . Избавимся от иррациональности в числителе: 

б) снова подстановкой числа  под знак предела получаем неопределенность . Избавимся от иррациональности в знаменателе: 



.

**16.2 «Замечательные» пределы**

**М16.2.1 Пример.** Вычислить пределы: а) ; б) ;

*Решение*. а) ;

Рассмотрим предел . Сделаем замену . Тогда если , то и : . (воспользовались первым «замечательным» пределом). Аналогично . Значит, .

б) Сделаем замену переменной , тогда  и получим 

.

**М16.2.2 Пример.** Вычислить пределы: а) ; б) ;

*Решение.* а) . Сделаем замену , тогда ,  и . Получаем .

б) Сделаем замену переменной ,тогда  и .

**Самостоятельная работа:**

1. Вычислить пределы а)  б)  в) 
2. Вычислить пределы а) б)  в) г) 
3. Вычислить пределы а); б) ; в) ; г) ;
4. Вычислить пределы а) ; б) ; в) ; г) ; д) ; е) ; ж) ; з); и) ;
5. Вычислить пределы а) ; б) ;
6. Вычислить пределы а); б) ; в) ;